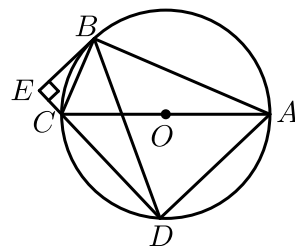


相似三角形进阶二（加油站）

一、相似与圆综合

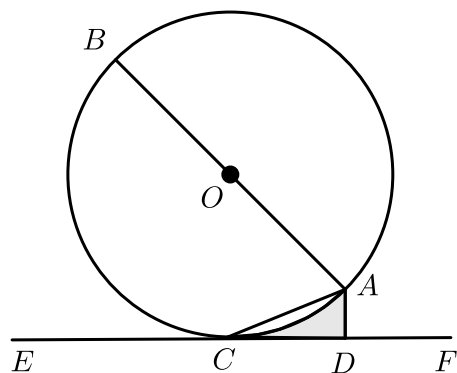
1. AA普通相似

1. 如图， $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle ABC = 90^\circ$ ，弦 $BD = BA$ ， $AB = 12$ ， $BC = 5$ ， $BE \perp DC$ 交 DC 的延长线于点 E 。



- (1) 求证： $\angle BCA = \angle BAD$.
- (2) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle DEB$ ，并求出 DE 的长 .
- (3) 求证： BE 是 $\odot O$ 的切线 .

2. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 是弦，直线 EF 经过点 C ， $AD \perp EF$ 于点 D ， $\angle DAC = \angle BAC$ 。



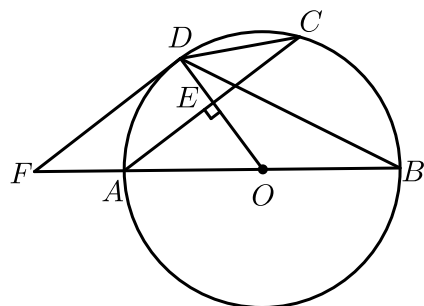
(1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线。

(2) 求证： $AC^2 = AD \cdot AB$ 。

(3) 若 $\odot O$ 的半径为2， $\angle ACD = 30^\circ$ ，求图中阴影部分的面积。

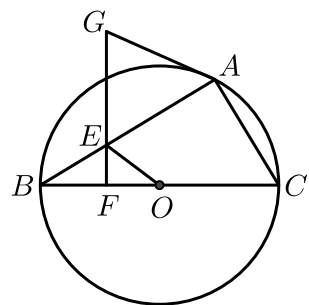
2. 共角、等角型相似 (A字、8字型)

3. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 半径 OD 垂直弦 AC 于点 E , F 是 BA 延长线上一点, $\angle CDB = \angle BFD$.



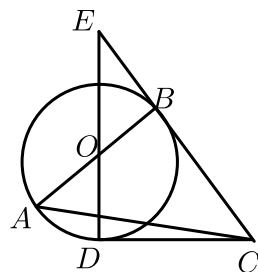
- (1) 判断 DF 与 $\odot O$ 的位置关系, 并证明.
 (2) 若 $AB = 10$, $AC = 8$, 求 DF 的长.

4. 如图, 已知, $\odot O$ 为 $\triangle ABC$ 的外接圆, BC 为直径, 点 E 在 AB 上, 过点 E 作 $EF \perp BC$, 点 G 在 FE 的延长线上, 且 $GA = GE$.



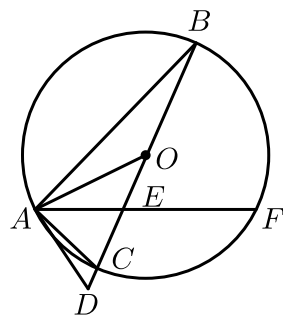
- (1) 求证: AG 与 $\odot O$ 相切.
 (2) 若 $AC = 6$, $AB = 8$, $BE = 3$, 求线段 OE 的长.

5. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，过点 B 作 $\odot O$ 的切线 BC ，点 D 为 $\odot O$ 上一点，且 $CD = CB$ ，连接 DO 并延长交 CB 的延长线于点 E 。



- (1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线。
 (2) 连接 AC ，若 $BE = 4$ ， $DE = 8$ ，求线段 AC 的长。

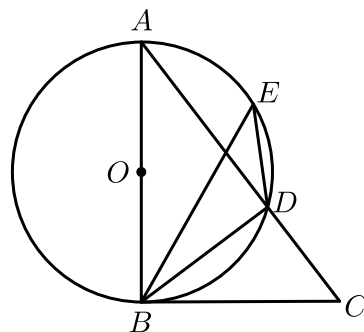
6. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， BC 是 $\odot O$ 的直径，弦 AF 交 BC 于点 E ，延长 BC 到点 D ，连接 OA ， AD ，使得 $\angle FAC = \angle AOD$ ， $\angle D = \angle BAF$ 。



- (1) 求证： AD 是 $\odot O$ 的切线。
 (2) 若 $\odot O$ 的半径为5， $CE = 2$ ，求 EF 的长。

3. 共角共边、等角等边型相似（子母型）

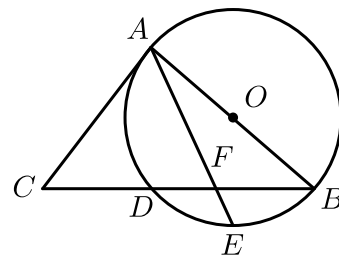
7. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 E 是 $\widehat{AD}$ 上的一点， $\angle DBC = \angle BED$.



(1) 求证： BC 是 $\odot O$ 的切线 .

(2) 已知 $AD = 3$, $CD = 2$, 求 BC 的长 .

8. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， BC 交 $\odot O$ 于点 D ， E 是弧 BD 的中点， AE 与 BC 交于点 F ， $\angle C = 2\angle EAB$.



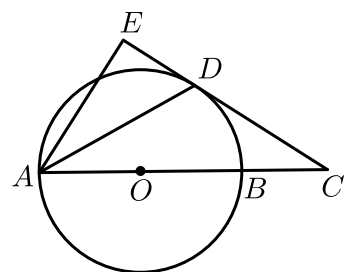
(1) 求证： AC 是 $\odot O$ 的切线 .

(2) 已知 $CD = 4$, $CA = 6$,

① 求 CB 的长 .

② 求 DF 的长 .

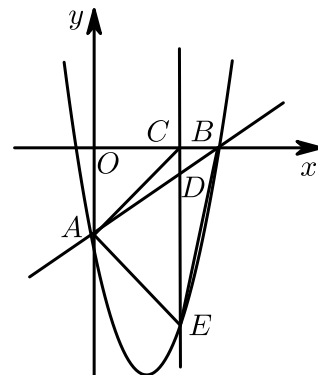
9. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 AB 的延长线上， AD 平分 $\angle CAE$ 交 $\odot O$ 于点 D ，且 $AE \perp CD$ ，垂足为点 E 。



- (1) 求证：直线 CE 是 $\odot O$ 的切线．
- (2) 若 $BC = 3$ ， $CD = 3\sqrt{2}$ ，求弦 AD 的长．

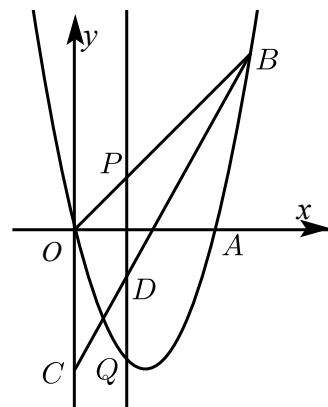
二、相似与二次函数综合

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = x + m$ 与坐标轴 y 轴交于点 A ，与 x 轴交于点 B ，过 A ， B 两点的抛物线 $y = x^2 + nx - 8$ ，点 D 为线段 AB 上一动点，过点 D 作 CD 垂直 x 轴于点 C ，交抛物线于点 E 。

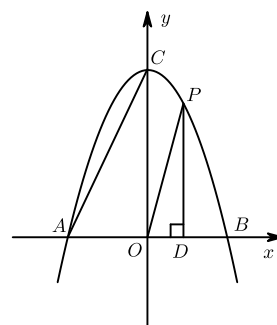


- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 当 $DE = 12$ 时，求四边形 $CAEB$ 的面积。
- (3) 是否存在点 D ，使得 $\triangle DEB$ 和 $\triangle DAC$ 相似？若存在，求出点 D 的坐标，若不存在，请说明理由。

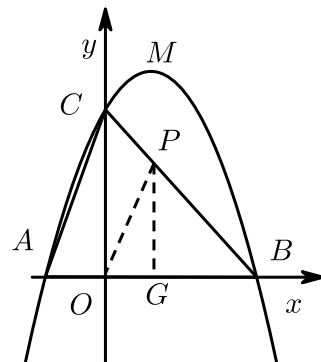
11. 如图，抛物线 $y = x^2 - 4x$ 经过点 $O(0,0)$ 、 $A(4,0)$ 、 $B(5,5)$ ，点 $C(0,-4)$ ，点 P 线段 OB 上一动点（与 O 、 B 不重合），过点 P 作 $PQ \perp x$ 轴交 BC 于点 D ，交抛物线于点 Q ，是否存在 $\triangle BPQ$ 与 $\triangle OBC$ 相似？若存在，求出点 P 坐标；若不存在，请说明理由。



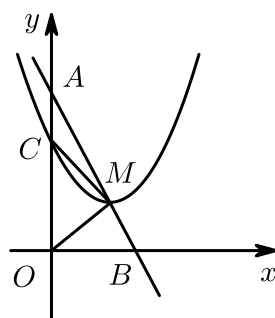
12. 如图，抛物线 $y = -x^2 + 4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 点，点 P 是抛物线上的一个动点且在第一象限，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 D 。是否存在以点 P 、 O 、 D 为顶点的三角形与 $\triangle OAC$ 相似？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



13. 如图，抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点（点 A 在点 B 左侧），与 y 轴交于点 $C(0, 3)$ ，在线段 BC 边上是否存在点 P ，使得以 B 、 O 、 P 为顶点的三角形与 $\triangle BAC$ 相似？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

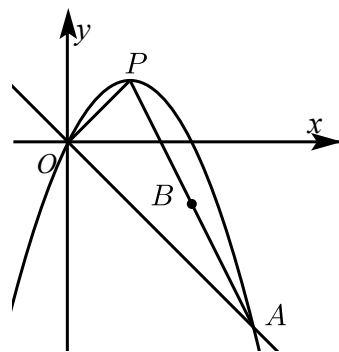


14. 如图，已知点 $A(0, 4)$ 、 $B(2, 0)$ ，点 M 为线段 AB 上一动点（不与点 A 、 B 重合），以 M 为顶点的抛物线 $y = (x - m)^2 + n$ 与线段 OA 交于点 C 。



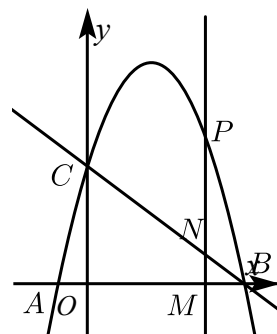
- (1) 求直线 AB 的函数解析式及线段 AC 的长（用含 m 的式子表示）。
- (2) 是否存在某一时刻，使得 $\triangle ACM$ 与 $\triangle AMO$ 相似？若存在，求出此时 m 的值。

15. 如图，已知直线 $y = -x$ 与二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象交于点 A 、 O ， O 是坐标原点， $OA = 3\sqrt{2}$ ，点 P 为二次函数图象的顶点，点 B 是 AP 的中点。



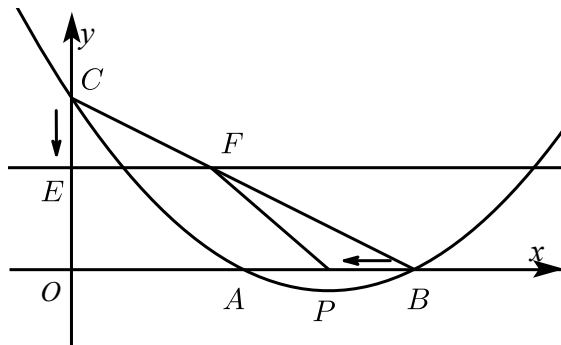
- (1) 求点 A 的坐标和二次函数的解析式。
- (2) 求线段 OB 的长。
- (3) 射线 OB 上是否存在点 M ，使得 $\triangle AOM$ 与 $\triangle AOP$ 相似？若存在，请求点 M 的坐标。若不存在，请说明理由。

16. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 B 、 C ；经过 B 、 C 两点的抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ ，与 x 轴交于另一点 A ．点 P 是在第一象限内抛物线上的一个动点，过点 P 作直线 $l \parallel y$ 轴交 x 轴于点 M ，交直线 BC 于点 N ．

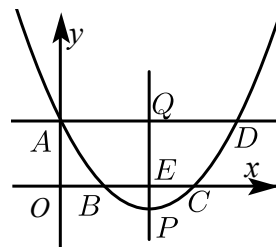


- (1) 求该抛物线所对应的函数关系式．
- (2) 是否存在以 P 、 C 、 N 为顶点的三角形与 $\triangle BNM$ 相似？若存在，求出点 N 坐标；若不存在，请说明理由．

17. 如图，抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{2}x + 4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点（ A 点在 B 点左侧），与 y 轴交于点 C ，动直线 EF （ $EF \parallel x$ 轴）从点 C 开始，以每秒 1 个单位的速度沿 y 轴负方向平移，且分别交 y 轴、线段 BC 于 E 、 F 两点，动点 P 同时从点 B 出发，在线段 OB 上以每秒 2 个单位的速度向原点 O 运动，是否存在 t ，使得 $\triangle BPF$ 与 $\triangle ABC$ 相似，若存在，试求出 t 的值；若不存在，请说明理由。

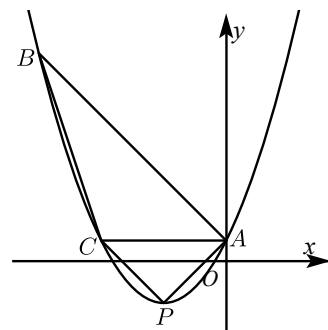


18. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 与 y 轴交于点 $A(0, 3)$ ，与 x 轴交于点 B 、 C ，点 B 的横坐标为 2。点 D 和点 A 关于抛物线的对称轴对称，在 x 轴上有一动点 $E(t, 0)$ ，过点 E 作平行于 y 轴的直线与抛物线、直线 AD 的交点分别为 P 、 Q 。



- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 当 $t > 2$ 时，是否存在点 P ，使以 A 、 P 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 相似。若存在，求出此时 t 的值；若不存在，请说明理由。

19. 如图，已知抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 经过 $\triangle ABC$ 的三个顶点，其中点 $A(0, 1)$ ，点 $B(-9, 10)$ ， $AC \parallel x$ 轴，点 P 是直线 AC 下方抛物线上的动点。



- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 当点 P 为抛物线的顶点时，在直线 AC 上是否存在点 Q ，使得以 C 、 P 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似，若存在，求出点 Q 的坐标，若不存在，请说明理由。

20. 如图，抛物线 $y = -x^2 + 4x - 3$ 与 x 轴交于两点 A 、 B ，与 y 轴交于点 D ，在抛物线上是否存在点 M ，过 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N ，使以 A 、 M 、 N 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似？若存在，则求出点 M 的坐标；若不存在，请说明理由。

